

Caracterización de vehículos ferroviarios para analizar la sensibilidad de sus parámetros dinámicos

B. Suárez Esteban¹, J. Félez Mindán², M.L. Martínez Muneta³, J. Maroto Ibáñez⁴

¹CITEF. Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad Politécnica de Madrid. citef.bsuares@etsii.upm.es

²CITEF. Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad Politécnica de Madrid. jesus.felez@upm.es

³CITEF. Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad Politécnica de Madrid. luisa.mtzmuneta@upm.es

⁴CITEF. Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad Politécnica de Madrid. jmaroto@etsii.upm.es

Este trabajo forma parte de un proyecto más amplio, cuya finalidad es realizar un estudio de sensibilidad que permita determinar qué grado de exactitud se requiere en la definición de los principales parámetros que influyen en la dinámica de los vehículos ferroviarios.

Como paso previo a este análisis de sensibilidad, es preciso seleccionar un vehículo de referencia en el que basar dicho estudio. Dicho vehículo se empleará como punto de partida, para después variar el valor de los parámetros que lo caracterizan, a fin de determinar su influencia sobre la dinámica de marcha. Para alcanzar este objetivo se ha construido una base de datos de vehículos ferroviarios, que almacena las características de los parámetros que afectan al comportamiento dinámico de los vehículos. El valor de referencia correspondiente a cada parámetro puede asociarse al promedio de los valores almacenados en la base de datos, y sus rangos de variación pueden obtenerse a partir de las medidas de dispersión de estos datos.

Se ha realizado un test de normalidad sobre los datos almacenados en la base de datos, encontrándose que la hipótesis de normalidad resulta, en general, inapropiada, lo que requiere el uso de estimadores más robustos de los habituales.

Aunque el estudio de sensibilidad podría basarse en el vehículo ficticio definido por los valores promedio de cada parámetro, cabe la posibilidad de que este vehículo promedio presente un comportamiento dinámico distinto al que tendría un vehículo real. Para evitar este posible contratiempo, se han utilizado técnicas de escalado multidimensional para seleccionar los registros de la base de datos más próximos al vehículo promedio. Para determinar cuál de estos vehículos resulta más apropiado, se ha comparado su comportamiento dinámico empleando técnicas de simulación de sistemas multicuerpo. A partir de los resultados obtenidos en estas simulaciones, se ha valorado el comportamiento de cada modelo desde el punto de vista de la seguridad, de la agresión a la vía y del confort, siguiendo las indicaciones de la norma EN-14363. Finalmente, se ha seleccionado como vehículo de referencia aquél que, presentando un comportamiento adecuado, requiere el menor esfuerzo computacional para llevar a cabo las simulaciones.

1. Introducción

El principal objetivo de este trabajo es encontrar un vehículo ferroviario promedio que represente a los coches de pasajeros de largo recorrido. Este vehículo promedio podrá emplearse como vehículo de referencia en futuros análisis de sensibilidad, en los que se variará, de forma independiente, el valor de cada uno de los principales parámetros que caracterizan el comportamiento dinámico del vehículo, para determinar su influencia sobre la dinámica del vehículo. De acuerdo con esto, resulta conveniente conocer, además del promedio, el rango de variación de cada uno de estos parámetros.

Para alcanzar este objetivo se dispone de una base de datos de vehículos ferroviarios, denominada RVDynDB (Rail Vehicle Dynamic parameters DataBase) (1), que almacena las características de los parámetros que caracterizan el comportamiento dinámico de los vehículos. A partir de la información guardada en la base de datos, es posible localizar ese vehículo promedio analizando la tendencia central de cada uno de los parámetros almacenados. De igual modo, el rango de variación de cada parámetro podría obtenerse estimando la dispersión de las muestras almacenadas en la base de datos.

Aunque existen diversos estadísticos que proporcionan una medida de la tendencia central o de la dispersión de la muestra, los más habituales son la media y la desviación típica, respectivamente. Sin embargo, se trata de estimadores poco robustos que, por lo tanto, son muy sensibles a la presencia de valores atípicos, lo que puede conducir a resultados erróneos si la muestra no procede de una población con distribución normal. De lo anterior se desprende la importancia de determinar si los datos proceden o no de una distribución normal. En caso afirmativo, la media aritmética y la desviación típica resultarían estimadores óptimos; de lo contrario, sería preferible utilizar la mediana como medida de la tendencia central, y el rango intercuartílico como medida de la dispersión. Por tanto, la correcta elección de los estimadores más adecuados para caracterizar cada muestra se llevará a cabo en función de los resultados del test de normalidad.

Una vez conocidos los valores centrales de cada parámetro, se emplearán técnicas de análisis multidimensional para localizar los registros de la base de datos que más se aproximen a estos promedios. El vehículo de referencia se elegirá de entre estos candidatos, que se compararán entre sí a fin de seleccionar el que resulte más adecuado desde el punto de vista dinámico.

Este trabajo forma parte de un proyecto más amplio, cuya finalidad es realizar un estudio de sensibilidad que permita determinar qué grado de exactitud se requiere en la definición de los principales parámetros que influyen en la dinámica del vehículo (2).

2. Distribución de probabilidad de los principales parámetros del vehículo

A partir de los resultados obtenidos en el proceso de ajuste, puede decirse que casi todos los parámetros considerados pueden ajustarse adecuadamente, bien por una distribución normal o bien por una distribución log-normal. En general, se han observado las siguientes tendencias:

- las propiedades inerciales de la caja se ajustan a una distribución normal;
- las propiedades inerciales del bogie se ajustan a una distribución log-normal;
- las propiedades inerciales del eje montado se ajustan bien tanto a una distribución normal como a una log-normal;
- los parámetros geométricos, como los empates de caja y bogie y el radio de la rueda son los que peor se ajustan a alguna de las distribuciones consideradas;
- todos los parámetros de la suspensión pueden ajustarse con gran exactitud a una distribución log-normal.

La principal conclusión que se deriva a partir de estos resultados es que, aunque algunos de los parámetros considerados pueden ajustarse por una distribución normal, en general la hipótesis de normalidad no es justificable.

3. Estimadores estadísticos de los principales parámetros del vehículo

Se pretende encontrar las medidas de la tendencia central y de la dispersión para cada uno de los parámetros del vehículo.

Dado que la mayor parte de los parámetros analizados no proceden de una población con distribución normal, para unificar el tipo de estimadores estadísticos a utilizar, se considera que la mejor estimación de la tendencia central es la mediana o, lo que es lo mismo, el percentil 50. Por el mismo motivo, para estimar la dispersión de la muestra, se ha considerado adecuado utilizar el percentil 10 como estimador del mínimo de la población, y el percentil 90 como estimador del máximo de la población.

En las siguientes tablas se resumen los resultados encontrados para todos los parámetros del vehículo. La tabla 1 corresponde a los parámetros relacionados con las propiedades inerciales y geométricas de los distintos cuerpos, y la tabla 2 a los que caracterizan las propiedades elásticas de las suspensiones.

Tabla 1: Percentiles para los parámetros de los cuerpos

Parámetro	Prob.	caja			bogie			eje montado		
		Valor estimado	Intervalo de conf. (95%)		Percentil	Intervalo de conf. (95%)		Cuantil	Intervalo de conf. (95%)	
			Inferior	Superior		Inferior	Superior		Inferior	Superior
M [ton]	10%	20.69	16.20	23.60	2.14	1.60	2.42	1.09	0.85	1.21
	25%	29.40	24.18	32.00	2.51	2.42	2.79	1.37	1.21	1.43
	50%	37.33	34.23	39.65	3.13	3.00	3.45	1.72	1.53	1.80
	75%	46.15	42.40	49.68	4.40	3.65	4.99	1.99	1.86	2.05
	90%	53.03	50.00	54.89	5.94	4.99	9.60	2.41	2.10	2.73
Ixx [ton·m ²]	10%	19.87	7.10	35.00	1.03	0.16	1.50	0.73	0.25	0.75
	25%	40.50	20.00	51.53	1.52	1.13	1.65	0.77	0.74	0.82
	50%	55.50	50.00	58.00	1.80	1.58	2.03	0.98	0.81	1.12
	75%	83.32	56.80	103.50	2.63	2.00	2.79	1.23	1.09	1.64
	90%	113.05	80.00	118.50	3.52	2.60	5.00	1.83	1.20	1.90
Iyy [ton·m ²]	10%	772.00	150.00	1349.33	1.04	0.17	1.48	0.09	0.05	0.10
	25%	1514.66	792.00	1700.00	1.60	1.14	2.00	0.10	0.09	0.11
	50%	1821.52	1660.00	1970.00	2.20	1.73	3.12	0.14	0.11	0.17
	75%	2310.25	1950.00	2391.00	3.50	2.50	5.30	0.26	0.17	0.35
	90%	2480.00	2310.00	3047.65	5.97	3.50	6.00	0.41	0.25	0.49
Izz [ton·m ²]	10%	218.00	80.00	1000.00	2.17	0.40	2.71	0.61	0.48	0.73
	25%	1056.45	736.00	1660.00	2.83	2.30	3.19	0.75	0.70	0.77
	50%	1780.31	1569.77	1950.00	3.37	3.19	3.79	0.86	0.77	0.98
	75%	2005.00	1800.30	2391.00	4.80	3.56	6.50	1.18	0.98	1.36
	90%	2500.00	2010.00	3047.65	8.47	5.15	9.04	1.46	1.20	1.57
cdg_z [m]	10%	1.44	1.30	1.55	0.50	0.49	0.56	0.43	0.42	0.46
	25%	1.54	1.45	1.65	0.55	0.50	0.60	0.45	0.42	0.46
	50%	1.79	1.60	1.97	0.61	0.59	0.66	0.46	0.45	0.46
	75%	2.01	1.80	2.11	0.69	0.62	0.70	0.49	0.45	0.46
	90%	2.22	2.00	2.35	0.71	0.66	0.71	0.51	0.45	0.46
Lx ó r0 [m]	10%	10.68	8.95	11.46	2.46	2.40	2.50	0.40	0.36	0.42
	25%	14.65	11.60	16.00	2.51	2.45	2.50	0.44	0.42	0.45
	50%	17.67	17.38	17.78	2.60	2.56	2.65	0.46	0.45	0.46
	75%	18.50	18.10	18.90	2.76	2.70	2.80	0.47	0.46	0.48
	90%	19.05	18.90	19.40	3.00	2.82	3.00	0.53	0.48	0.60

Tabla 2: Percentiles para los parámetros de las suspensiones

Parámetro	Prob.	primaria			secundaria		
		Valor estimado	Intervalo de conf. (95%)		Cuantil	Intervalo de conf. (95%)	
			Inferior	Superior		Inferior	Superior
kx [kN/mm]	10%	0.75	0.08	1.10	0.06	0.03	0.10
	25%	1.87	0.83	3.00	0.11	0.06	0.16
	50%	5.20	3.20	8.13	0.17	0.13	0.26
	75%	14.70	9.00	26.00	0.34	0.18	0.52
	90%	44.00	20.00	55.00	0.58	0.30	0.60
ky [kN/mm]	10%	0.58	0.10	0.80	0.09	0.06	0.12
	25%	1.53	0.70	2.20	0.15	0.12	0.17
	50%	4.55	2.50	5.00	0.25	0.18	0.34
	75%	9.07	6.30	10.00	0.54	0.35	0.60
	90%	17.70	10.00	17.20	0.94	0.59	1.00
kz [kN/mm]	10%	0.33	0.25	0.56	0.25	0.20	0.30
	25%	0.73	0.56	0.87	0.34	0.30	0.40
	50%	1.17	1.00	1.31	0.56	0.41	0.70
	75%	2.09	1.51	2.83	0.94	0.72	1.12
	90%	3.24	2.50	4.00	1.69	1.00	2.45
dx [kN-s/m]	10%	0.15	0.03	1.00	-	-	-
	25%	1.27	0.10	1.88	-	-	-
	50%	1.98	1.81	15.00	-	-	-
	75%	22.40	2.00	38.00	-	-	-
	90%	41.88	15.00	41.88	-	-	-
dy [kN-s/m]	10%	0.08	0.02	1.81	9.02	2.38	13.30
	25%	1.31	0.10	1.81	13.30	8.95	17.80
	50%	2.86	1.81	8.00	22.50	15.00	35.00
	75%	29.19	2.00	39.90	50.00	25.00	60.00
	90%	44.53	18.50	45.24	64.50	39.20	70.00
dz [kN-s/m]	10%	2.28	1.20	5.88	8.00	2.20	15.00
	25%	5.94	2.50	10.00	16.00	10.00	20.00
	50%	12.00	6.00	15.00	27.00	20.00	30.00
	75%	21.58	12.50	30.00	45.05	29.20	73.00
	90%	37.05	21.89	60.00	90.00	45.00	98.00

4. Localización de candidatos a vehículo de referencia

Una vez obtenidos los valores promedio para cada parámetro, podría definirse un vehículo promedio caracterizado por este conjunto de valores. Sin embargo, al haberse promediado cada parámetro de forma independiente al resto, cabe la posibilidad de que tal vehículo no presente un comportamiento dinámico realista. Para evitar este posible inconveniente se ha optado por escoger, de entre todos los vehículos almacenados en la base de datos, aquél que más se aproxime a estos valores promedio, para lo que se ha recurrido al empleo de técnicas de escalado multidimensional.

Se han encontrado siete vehículos que satisfacen los requisitos exigidos. En la tabla 3 se indican los registros de la base de datos escogidos de este modo, junto con sus correspondientes referencias bibliográficas. Para mayor simplicidad, estos candidatos a vehículo de referencia se designarán en adelante con las primeras letras del alfabeto.

Tabla 3: Candidatos a vehículo de referencia

Candidato	Nombre del registro	Referencia bibliográfica
A	Promedio	-
B	JRRT Vol-215 pp_125-135-A	(3)
C	VSD Vol-24 Supl pp_355-362	(4)
D	VSD Vol-24 Supl pp_363-379	(5)
E	VSD Vol-30 pp_295-313-A	(6)
F	VSD Vol-36 pp_001-032	(7)
	JRRT Vol-220 pp_293-304-A	(8)
G	12th-IAVSD-Kik	(9)

Para decidir cuáles de estos vehículos pueden resultar adecuados como vehículos de referencia para el análisis de sensibilidad, y cuáles no, se ha llevado a cabo un estudio comparativo, que se describe en el siguiente apartado.

5. Comparación del comportamiento dinámico de los candidatos a vehículo de referencia

Se han empleado técnicas de simulación dinámica de sistemas multicuerpo para determinar cuál de los 7 candidatos a vehículo de referencia encontrados anteriormente presenta un mejor comportamiento dinámico y, por tanto, resulta más apropiado como vehículo de referencia para futuros estudios de sensibilidad.

Se han construido 7 modelos de vehículo, con las características de cada uno de los vehículos candidatos. El primero de ellos, identificado con la letra A), es el vehículo promedio y el resto, identificados con las letras B) a G), corresponden a los vehículos de la base de datos RVDynDB que se encuentran más próximos a éste.

Cada modelo de vehículo se ha combinado con tres modelos de vía: RS, RM y RL, correspondientes a trazados con radios de curvatura pequeños, medianos y grandes, respectivamente, definidos siguiendo las indicaciones de ficha UIC-518 (10) y de la norma europea EN-14363 (11), empleadas habitualmente para homologación de vehículos ferroviarios desde el punto de vista dinámico. Para cada uno de estos trazados se ha escogido el nivel de defectos de alineación y nivelación de referencia, QN1, indicada en la citada norma. Cada uno de estos trazados se ha recorrido a una velocidad distinta, siguiendo también las indicaciones de la norma EN-14363. En la tabla 4 se indican las características de estas simulaciones.

Tabla 4: Longitud del trazado, radios de curvatura y velocidades de circulación

Trazado	L [km]	R _{min} [m]	R _{max} [m]	V _{max} [km/h]
RL	12	1620	1950	175
RM	12	570	600	105
RS	10	290	375	75

Una vez construidos los modelos, se ha procedido a su simulación, ajustando el tiempo de cálculo de modo que, a la velocidad de circulación escogida en cada caso, se recorra la longitud total de la vía.

Los resultados obtenidos en las simulaciones se han tratado de acuerdo con las especificaciones de la norma EN-14363, valorando así el comportamiento de cada modelo desde el punto de vista de la seguridad, de la agresión a la vía y del confort.

Se resumen en la tabla 5 los resultados obtenidos para cada uno de los 7 candidatos a vehículo de referencia en los trazados con zonas de vía de radio pequeño, RS, mediano, RM, y grande, RL. Se ha utilizado una marca de color verde cuando el comportamiento dinámico del vehículo es aceptable, y una cruz de color rojo cuando es inaceptable, distinguiendo entre criterios de seguridad (SEG), fatiga de vía (FAT) y confort (CON).

Tabla 5: Resultados. Índices de valoración del comportamiento dinámico

	RS			RM			RL		
	SEG	FAT	CON	SEG	FAT	CON	SEG	FAT	CON
	-	-	-	-	-	-	-	-	-
A)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
B)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
C)	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✗
D)	✓	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✗
E)	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✗
F)	✓	✗	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗
G)	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓

Como puede apreciarse, tan sólo los modelos de vehículo A) y B) presentan un comportamiento dinámico completamente satisfactorio para las velocidades de circulación utilizadas en las simulaciones. En los restantes casos, al menos uno de los indicadores empleados para valorar la dinámica en trazados con curvas de radio pequeño, mediano o grande queda por encima del valor límite recomendado por la norma EN-14363.

En los vehículos C), E) y G) se aprecian problemas de confort. Cabe destacar también el mal comportamiento observado al analizar los indicadores de seguridad correspondientes a la combinación de los vehículos D) y F)

con el trazado RL, que es el que tiene curvas de mayor radio, y que se recorre a mayor velocidad que los otros dos. Este resultado sugiere que la velocidad de 175 km/h utilizada en estas simulaciones es superior a la velocidad crítica del vehículo, por lo que este presenta un comportamiento inestable.

Analizando con mayor detalle los resultados obtenidos para los vehículos A) y B) se ha encontrado que estos son bastante similares, por lo que podría escogerse cualquiera de ellos como vehículo de referencia.

Para realizar la elección final entre estos dos candidatos, se han comparado también los tiempos de cálculo, a fin de disponer de más criterios. En la figura 1 se han representado los tiempos de cálculo empleados en las simulaciones llevadas a cabo con cada modelo de vehículo. En el gráfico de la izquierda se indican por separado los tiempos utilizados al simular la circulación sobre las vías con trazado RS, RM y RL, mientras que en el de la derecha se indica el tiempo total requerido para los tres trazados.

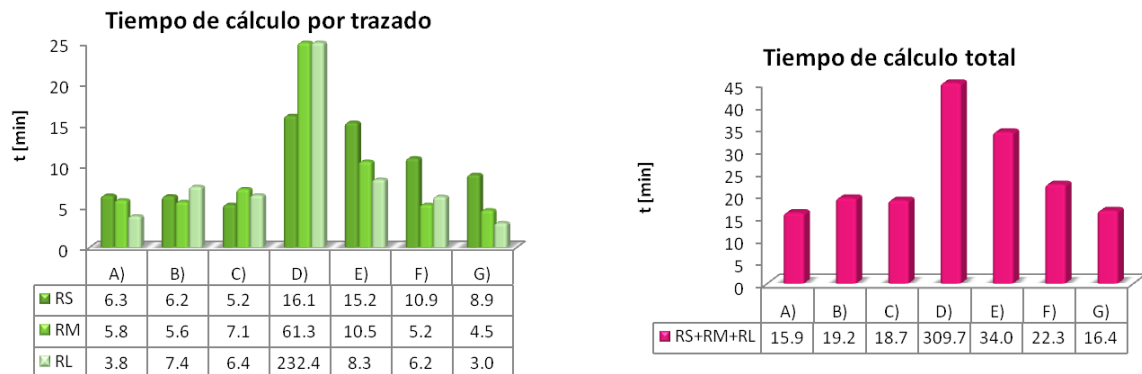


Figura 1: Tiempo de cálculo: por trazado (izda.) y total (dcha.)

Como puede apreciarse, los peores tiempos de cálculo, superando los 20 min de simulación para los tres trazados, se obtienen para los casos D), E) y F), mientras que los mejores tiempos, por debajo de 20 min, corresponden a los casos A), G), C) y B), en el orden indicado, aunque la diferencia entre estos últimos no es muy alta.

Según se acaba de ver, los mejores resultados dinámicos corresponden a los vehículos A) y B), no encontrándose diferencias significativas entre ambos. Sin embargo, al comparar los tiempos de cálculo empleados en las simulaciones, el modelo A) requiere un coste computacional algo menor que el B). Así pues, en vista de estos resultados, finalmente se ha optado por escoger el modelo A) como modelo de referencia para el análisis de sensibilidad.

Conviene recordar que el modelo A) corresponde al vehículo promedio obtenido estadísticamente. Curiosamente, pese a no corresponder con las características de un vehículo real, este modelo de vehículo conduce a los mejores resultados dinámicos y a los menores tiempos de cálculo.

Resulta especialmente apropiado que el vehículo promedio sea la mejor elección para el vehículo de referencia, ya que los rangos de variación que van a utilizarse en el estudio de sensibilidad se han obtenido del mismo modo que los parámetros del vehículo promedio. De este modo, se evita la posibilidad de que algún parámetro del vehículo de referencia se encuentre demasiado próximo a uno de los extremos del rango de variación correspondiente, lo que podría haber sucedido de haber escogido cualquier otro vehículo candidato.

6. Discusión final

Para analizar la sensibilidad de los parámetros dinámicos de los vehículos de pasajeros de largo recorrido, es preciso seleccionar un vehículo de referencia, en el que se basará el estudio, así como los rangos de valores entre los que debe variarse cada parámetro. El valor de referencia correspondiente a cada parámetro puede asociarse al promedio de los valores almacenados en la base de datos RVDynDB. De igual modo, los rangos de variación pueden obtenerse a partir de las medidas de dispersión de estos datos, evitando así el uso de los valores máximos y mínimos, que podrían ser muy poco representativos.

Cuando los valores de un determinado parámetro se ajustan a una distribución normal, su valor medio y su desviación típica constituyen unos buenos estimadores para determinar la posición central y la dispersión de la población. Sin embargo, estos estadísticos son poco robustos, por lo que no son adecuados para caracterizar

poblaciones con distribuciones distintas de la normal. Por ello, antes de calcular estos estimadores, se ha juzgado conveniente contrastar la hipótesis de normalidad para cada parámetro.

Se han buscado las distribuciones de probabilidad que mejor se adaptan a los datos almacenados en la base de datos RVDynDB, encontrándose que la hipótesis de normalidad resulta, en general, inapropiada. Al quedar desaconsejado el uso de estadísticos habituales como el valor medio y la desviación típica para caracterizar las muestras correspondientes a cada parámetro, se han seleccionado otros más robustos, que resultan más apropiados al no verse afectados por la posible presencia de valores atípicos. Así pues, los valores promedio de cada parámetro, necesarios para el estudio de sensibilidad posterior, se han determinado a partir del percentil 50, y los extremos de los correspondientes rangos de variación a partir de los percentiles 10 y 90.

Aunque el estudio de sensibilidad podría basarse en el vehículo ficticio definido por los valores promedio de cada parámetro, cabe la posibilidad de que este vehículo promedio presente un comportamiento dinámico distinto al que tendría un vehículo real. Para evitar este posible contratiempo, se han utilizado técnicas de escalado multidimensional para seleccionar los registros de la base de datos más próximos al vehículo promedio, habiéndose localizado 7 candidatos a vehículo de referencia para el estudio de sensibilidad.

Para determinar cuál de los candidatos a vehículo de referencia resulta más apropiado, se ha comparado el comportamiento dinámico de todos ellos, empleando técnicas de simulación de sistemas multicuerpo. A partir de los resultados obtenidos en estas simulaciones, se ha valorado el comportamiento de cada modelo desde el punto de vista de la seguridad, de la agresión a la vía y del confort, siguiendo las indicaciones de la norma EN-14363. Tras descartar aquéllos candidatos que presentan un comportamiento dinámico inapropiado, el grupo inicial ha quedado reducido de 7 vehículos a tan sólo 2. Entre estos últimos, que muestran un comportamiento dinámico completamente satisfactorio, se ha seleccionado como vehículo de referencia aquél que requiere el menor esfuerzo computacional para llevar a cabo las simulaciones. Este vehículo de referencia ha resultado ser el vehículo promedio, lo que resulta especialmente apropiado para el estudio de sensibilidad posterior, al evitarse que alguno de los parámetros del modelo de referencia pueda estar próximo a uno de los extremos de los rangos de variación con los que se va a trabajar.

7. Referencias bibliográficas

- [1] B. Suárez, J. D. Sanz, V. Fernández. RVDynDB: Repositorio abierto para el intercambio de datos dinámicos de vehículos ferroviarios. Actas del IV Congreso Nacional de Innovación Ferroviaria, Sevilla, España, (2008).
- [2] B. Suarez. Metodología Analítica para el Estudio de Sensibilidades Aplicado a Modelos de Simulación Dinámica de Vehículos Ferroviarios, desde el Punto de Vista de la Seguridad, la Fatiga de Vía y la Calidad de Marcha. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2010.
- [3] W. M. Zhai, C. B. Cai, Q. C. Wang. Dynamic Effects of Vehicles on Tracks in the Case of Raising Train Speeds. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 215, (2001), 125-135.
- [4] S. L. Grassie. Benchmark Test for Models of Railway Track and of Vehicle/Track Interaction at Relatively High Frequencies. *Vehicle System Dynamics Supplement*, 24, (1995), 355-362.
- [5] K. Knothe. Benchmark Test for Models of Railway Track and Vehicle/Track Interaction in the Low Frequency Range. *Vehicle System Dynamics Supplement*, 24, (1995), 363-379.
- [6] Manchester Metropolitan University. Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation. *Vehicle System Dynamics*, 30, (1998), 295-313.
- [7] Y. S. Wu, Y. B. Yang, J. D. Yau. Three-Dimensional Analysis of Train-Rail-Bridge Interaction Problems. *Vehicle System Dynamics*, 36, (2001), 1-32.
- [8] P. Lou, Q. Y. Zeng. Vertical Vehicle-Track Coupling Element. *Journal of Rail and Rapid Transit*, 220, (2006), 293-304.
- [9] R. J. Andersson, M. Hiller, S. Frik, J. P. Pascal, W. Kik. Benchmarks: Specifications and some Results. Progress Report to the 12th IAVSD-Symposium on a Workshop and Resulting Activities. Lyon, Francia, 1991.
- [10] UIC. UIC-518, Testing and Approval of Railway Vehicles from the Point of View of their Dynamic Behaviour - Safety - Track Fatigue - Ride Quality. 2003.
- [11] CEN. EN 14363, Aplicaciones Ferroviarias - Ensayos para la Aceptación del Comportamiento Dinámico de los Vehículos Ferroviarios - Ensayos en Línea y en Parada. 2007.